

Chapitre 3 : Intégration numérique

Dans cette feuille, on liste les questions de cours/exercices types relatifs au chapitre sur l'intégration de fonctions numériques que vous devez connaître/savoir faire.

Questions de cours

1. Ecrire la méthode des rectangles à droite pour une fonction $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ avec une subdivision uniforme.
2. Ecrire la méthode des trapèzes pour une fonction $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ avec une subdivision uniforme.
3. Ecrire la méthode du point milieu pour une fonction $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ avec une subdivision uniforme.
4. Définir l'ordre d'une méthode d'intégration numérique.
5. Donner l'ordre de la méthode des rectangles, des trapèzes et de Simpson.
6. Comment détermine-t-on *numériquement* l'ordre d'une méthode d'intégration ?

Dans les exercices qui suivent, l'usage de la calculatrice est...autorisé.

- Exercice 1.**
1. Calculer explicitement $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t) dt$.
 2. On a le tableau de valeurs suivant pour la fonction sin

x	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
$\sin(x)$	0	0.382683	0.707107	0.923880	1

Calculer une approximation de I à l'aide de ces valeurs avec la méthode des rectangles à gauche, la méthode des rectangles à droite et la méthode des trapèzes. Calculer ensuite le pourcentage d'erreur commis.

- Exercice 2.** On lance une fusée verticalement du sol (vitesse initiale nulle) et on mesure son accélération γ pendant les 80 premières secondes du vol :

t (en s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
γ (en $m.s^{-2}$)	30	31.63	33.44	35.47	37.75	40.33	43.29	46.70	50.67

Calculer une approximation de la vitesse V de la fusée à l'instant $t = 80s$ à l'aide de la méthode des rectangles et à l'aide de la méthode des trapèzes.

- Exercice 3.** Calculer à l'aide de la méthode des rectangles et celle des trapèzes l'intégrale $J = \int_0^{\pi} \sin(x^2) dx$ en utilisant une subdivision uniforme avec $n = 5$ et $n = 10$ intervalles.