Modélisation des actions de liaison - SYNTHESE

L'action mécanique exercée sur un système isolé peut être caractérisée par deux vecteurs,

- ✓ un <u>vecteur force</u> $\overrightarrow{F_{12}}$ (tend à déplacer le solide en translation, ...)
- ✓ un <u>vecteur moment</u> $\overrightarrow{M_{O12}}$ par rapport à un point (tend à faire tourner le solide autour de ce point, …)

On peut mettre ces deux vecteurs sous la forme d'un torseur :

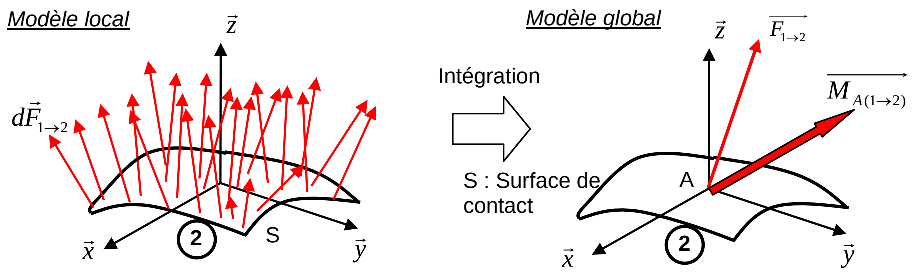
$$\{\mathfrak{I}_{1\to 2}\} = \left\{\begin{array}{c|c} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array}\right\}_{O,xyz}$$

Point et base d'expression

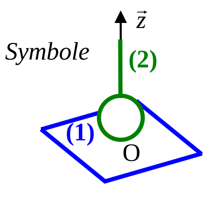
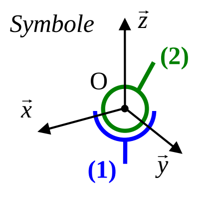
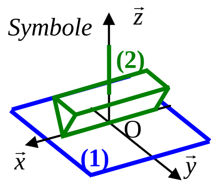
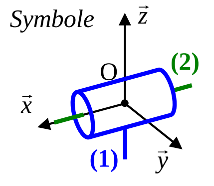
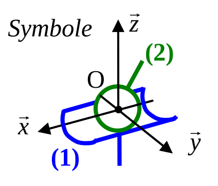
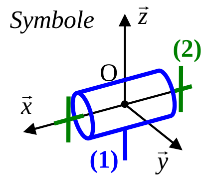
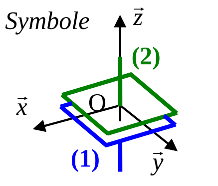
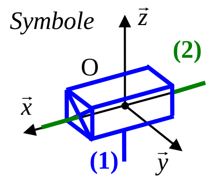
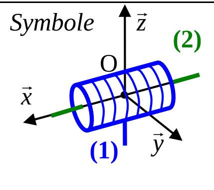
<u>vecteur force</u> $\overrightarrow{F_{12}}$

<u>vecteur moment</u> $\overrightarrow{M_{O12}}$

<u>Remarque</u> : cette modélisation résulte d'une somme de forces élémentaires et de moment par rapport à un point de ces forces élémentaires.



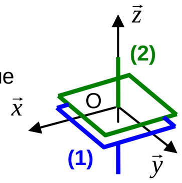
Dans le cas des liaisons, sous la condition de <u>liaisons parfaites</u>
(1/ géométrie parfaite – 2/ absence de jeu – 3/ déformation au contact nulle – 4/ frottement négligé)

(2)/(1) : Liaison ponctuelle en O de normale $(O,\vec{z})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{array}\right\}_{O,xyz}$		(2)/(1) : Liaison rotule en O : $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{array}\right\}_{O,xyz}$	
(2)/(1) : Liaison L.R. d'axe $(O,\vec{x})$ de normale $(0,\vec{z})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ 0 & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{array}\right\}_{O,xyz}$		(2)/(1) : Liaison pivot glissant d'axe $(O,\vec{x})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array}\right\}_{O,xyz}$	
(2)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe $(O,\vec{x})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} 0 & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{array}\right\}_{O,xyz}$		(2)/(1) : Liaison pivot d'axe $(O,\vec{x})$ $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array}\right\}_{O,xyz}$	
(2)/(1) : Liaison appui plan de normale $(O,\vec{z})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} 0 & L_{12} \\ 0 & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{array}\right\}_{O,xyz}$		(2)/(1) : Liaison glissière d'axe $(O,\vec{x})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} 0 & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array}\right\}_{O,xyz}$	
(2)/(1) : Liaison hélicoïdale d'axe $(O,\vec{x})$: $\{\mathfrak{I}_{1\to2}\} = \left\{\begin{array}{c\|c} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array}\right\}_{O,xyz}$ +1 relation de dépendance entre X_{12} et L_{12} : $L_{12} = -X_{12}.pas/(2.\pi)$ (pas en mm/tr)			

Dans le cas de l'hypothèse de liaison parfaite, Il y a une complémentarité entre le torseur cinématique et le torseur d'action mécanique transmissible.

A une vitesse linéaire nulle correspond une force

Torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} \boxed{0} & L_{12} \\ \boxed{0} & M_{12} \\ Z_{12} & \boxed{0} \end{array} \right\}_{O,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ $\{C_{1/2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} \boxed{0} & V_{x12} \\ \boxed{0} & V_{y12} \\ \Omega_{z12} & \boxed{0} \end{array} \right\}_{O,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ Torseur cinématique



A une vitesse angulaire nulle, correspond un moment non nul

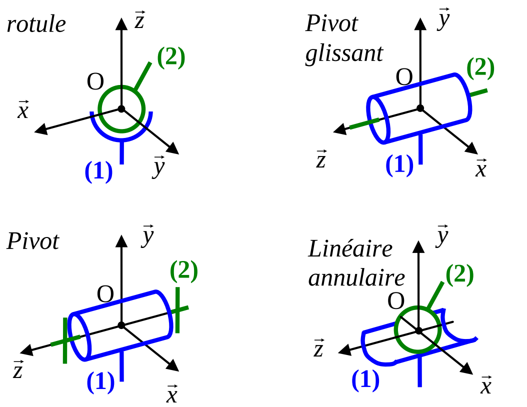
Cas d'un problème plan

Dans le cas d'un problème plan, par exemple en xy,

- ✓ les vecteurs forces sont toujours situés dans le plan xy → $Z_{12}=0$
- ✓ les vecteurs moment / un point sont toujours perpendiculaires au plan xy → $L_{12}=0$ et $M_{12}=0$

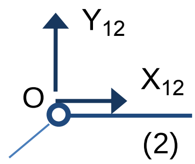
$$\{\mathfrak{I}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & N_{12} \end{array} \right\}_{O,xyz}$$

Remarque : dans ce cas, l'outil torseur est peu approprié et on privilégie une approche vectorielle et graphique.

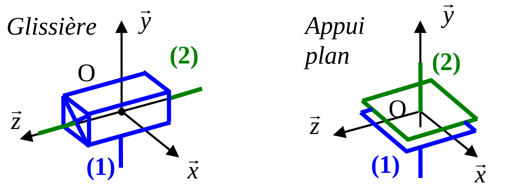


Force résultante $\overrightarrow{F_{12}} = \begin{pmatrix} X_{12} \\ Y_{12} \end{pmatrix}_{xy}$

Moment résultant /O $\overrightarrow{M_{O12}} = \vec{0}$

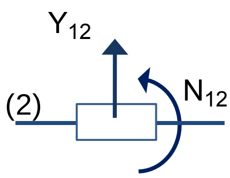


Articulation

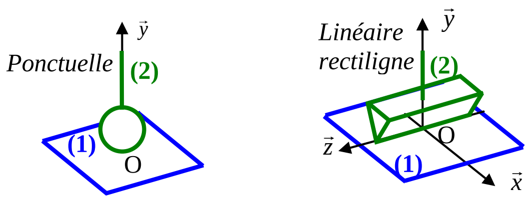


Force résultante $\overrightarrow{F_{12}} = Y_{12}.\vec{y}$

Moment résultant /O $\overrightarrow{M_{O12}} = N_{12}.\vec{z}$

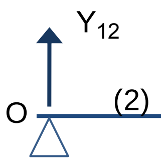


Glissière

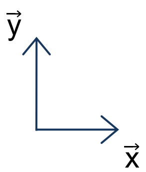


Force résultante $\overrightarrow{F_{12}} = Y_{12}.\vec{y}$

Moment résultant /O $\overrightarrow{M_{O12}} = \vec{0}$

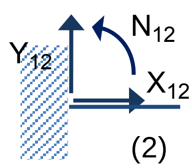


Ponctuelle



Force résultante $\overrightarrow{F_{12}} = \begin{pmatrix} X_{12} \\ Y_{12} \end{pmatrix}_{xy}$

Moment résultant /O $\overrightarrow{M_{O12}} = N_{12}.\vec{z}$



encastrement