

Examen de Mécanique du Solide

Durée 1h30' aucun document autorisé

Mars 2013

ETUDE D'UN COULOIR TELESCOPIQUE D'AEROPORT

L'objectif de cette partie est de dimensionner les principales liaisons de cette structure.

Dans les grands aéroports, des couloirs télescopiques réunissent les halls d'embarquement à la porte de l'avion. Les passagers sont ainsi à l'abri des intempéries (Voir **Photographie 1** et **Figure 2**).

L'extrémité de ce couloir raccordée au bâtiment est soutenue par une double articulation. L'extrémité s'adaptant à l'avion peut se déplacer dans toutes les directions afin de pouvoir atteindre la porte de l'avion. Pour cela, une roue motrice orientable autour d'un axe vertical repose sur le sol horizontal et permet des déplacements horizontaux. La hauteur est réglable en fonction de la position de la porte de l'avion par rapport au sol.

Dans toute l'étude on ne considérera que le cas où le couloir est horizontal.

Soit $(O : \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié au couloir **1**.

Le système est constitué de 3 solides principaux représentés schématiquement sur la **Figure 2**.

- Le couloir **1** de masse m_1 , de centre de gravité G_1 , tel que $OG_1 = a \vec{y}_1$ est articulé sur une potence **3** elle-même en rotation par rapport au bâtiment suivant l'axe vertical en M .
 On modélisera les liaisons entre **1** et **3** par une liaison Sphère/Sphère (ou rotule) en A et une liaison Sphère/Cylindre (Linéaire annulaire) en B .
 On donne: $O\vec{A} = -l \vec{x}_1, O\vec{B} = l \vec{x}_1$.
- Le couloir **2** de masse m_2 , de centre de gravité G_2 , tel que $EG_2 = b \vec{x}_1 + y \vec{y}_1$ est :
 - ✓ En liaison glissière sans frottement d'axe $(E \vec{y}_1)$ avec le couloir **1**, tel que $O\vec{E} = 2a \vec{y}_1$
 - ✓ En appui ponctuel avec frottement avec le sol **0** en D de coefficient de frottement f tel que $E\vec{D} = y \vec{y}_1 - H \vec{z}_1$ (modélisation du contact entre la roue motrice et le sol)
- La potence **3** de masse négligeable est :
 - ✓ En liaison Pivot sans frottement d'axe (M, \vec{z}_0) par rapport au bâtiment **4** et tel que $O\vec{M} = -h \vec{z}_1$.

Une rafale de vent sollicite de plus la structure et peut être modélisée par un effort $\vec{F}_{EXT \rightarrow 2} = F_{EXT} \vec{x}_1$ appliqué en C sur le couloir **2** tel que $E\vec{C} = y \vec{y}_1$.

Nota : On travaillera en projection sur la base $(\mathcal{B}_1 : \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ et on notera de façon usuelle $X_{A_{ij}}$ la composante suivant \bar{x}_1 de l'effort de liaison en A du solide i sur le solide j .

L'objectif de cette partie est d'amorcer la détermination des torseurs des actions mécaniques au niveau des liaisons afin de les dimensionner.

Pour cela :

- 1.** Isoler la pièce **2** et écrire le Principe Fondamental de la Statique. On réduira le torseur au point E . En déduire qu'une des composantes tangentielles de l'appui ponctuel $Y_{D_{02}} = 0$.
- 2.** En isolant la pièce **1**, écrire le Principe Fondamental de la Statique. On réduira le torseur au point O .
- 3.** Isoler la pièce **3**, identifier l'ensemble des efforts extérieurs qui s'exercent sur cette pièce.
- 4.** Suite aux questions précédentes, identifier les inconnues de liaison et montrer que le système étudié est isostatique et que de ce fait on est en mesure de déterminer l'ensemble des inconnues de liaison (On ne les calculera pas).

L'objectif de cette partie est de caractériser la limite de l'équilibre de cette structure.

- 5.** En isolant le système **{1,2,3}** considéré comme un solide rigide, identifier l'équation permettant de caractériser simplement une des composantes tangentielles de l'appui ponctuel $X_{D_{02}}$. En donner son expression.
- 6.** En isolant le système **{1,2}** considéré comme un solide rigide, identifier l'équation permettant de caractériser simplement la composante normale de l'appui ponctuel $Z_{D_{02}}$. En donner son expression.
- 7.** En déduire la valeur maximale F_{MaxEXT} de la rafale de vent pouvant être supportée par le couloir sans glissement au contact en D .

ETUDE D'UNE PALE DE TURBINE

L'objectif de cette étude est de faire une étude vibratoire des pales nécessitant au préalable une étude cinématique.

Soit la machine tournante représentée **Figure 3** représentant une turbine Kaplan, machine tournante qui se différencie des autres turbines à hélices par ses pales dont on peut faire varier l'angle en opération. Cela lui permet d'avoir un rendement énergétique élevé et d'éviter les phénomènes de cavitation.

La modélisation de cette turbine liée à l'étude vibratoire est proposée **Figure 4**.

Le système est constitué de 2 solides principaux.

- Le rotor **1** support des pales, est en liaison pivot glissant par rapport au bâti.
 - ✓ Ce rotor se déplace suivant l'axe $O\vec{z}_0$ de paramètre z , tel que $O\vec{H} = z\vec{z}_0$ (cette grandeur caractérise les petits mouvements de l'ensemble de la machine tournante dits mouvements de pompe).
 - ✓ Ce rotor tourne autour de l'axe $O\vec{z}_0$, de paramètre φ tel que $\varphi = (H\vec{x}_0, H\vec{x}_1)$.
- Une pale **2** est en liaison pivot d'axe orthoradial $A\vec{x}_1$, de paramètre β tel que $\beta = (A\vec{y}_1, A\vec{y}_2)$ (cette grandeur caractérise la flexibilité de la liaison entre la pale et le rotor).

On pose: $H\vec{A} = R\vec{y}_1$ et $A\vec{G} = a\vec{y}_2$

1. Effectuer un graphe de liaison ainsi que les figures planes représentant les principaux paramètres cinématiques
2. Déterminer le vecteur vitesse du point A du rotor **1** dans son mouvement par rapport au bâti $\vec{V}_{A,1/0}$. En déduire le vecteur vitesse du point G de la pale **2** dans son mouvement par rapport au bâti : $\vec{V}_{G,2/0}$.
3. Déterminer le vecteur accélération du point G de la pale **2** dans son mouvement par rapport au bâti $\vec{a}_{G,2/0}$
4. Déterminer le vecteur vitesse du point G de la pale **2** dans son mouvement par rapport au rotor **1** $\vec{V}_{G,2/1}$. Retrouver par composition des mouvements l'expression de $\vec{V}_{G,2/0}$.

Formulaire Mécanique du Solide

Torseur en un point A:

$$[T]_{A,B} = \left[\begin{array}{c} \vec{R} = \begin{array}{c} X \\ Y \\ Z \end{array} \\ \vec{M}_A = \begin{array}{c} L \\ M \\ N \end{array} \end{array} \right]_A \text{ avec } \vec{M}_{A[T]} = \vec{M}_{B[T]} + A\vec{B} \wedge \vec{R}_{[T]}$$

Torseur cinématique en un point A du mouvement d'un solide rigide :

$$\left[\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}, \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} \right]_A \text{ avec } \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} = \vec{V}_{(B \in S/\mathcal{R})} + A\vec{B} \wedge \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}$$

Relation de composition des vitesses :

$$\vec{V}_{(A \in S_2/S_0)} = \vec{V}_{(A \in S_2/S_1)} + \vec{V}_{(A \in S_1/S_0)}$$

Relation de dérivation dans une base mobile :

$$\left(\frac{d}{dt} \vec{u} \right)_{R_1} = \left(\frac{d}{dt} \vec{u} \right)_{R_2} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{u}$$



Photographie 1: Couloir Téléscopique d'aéroport

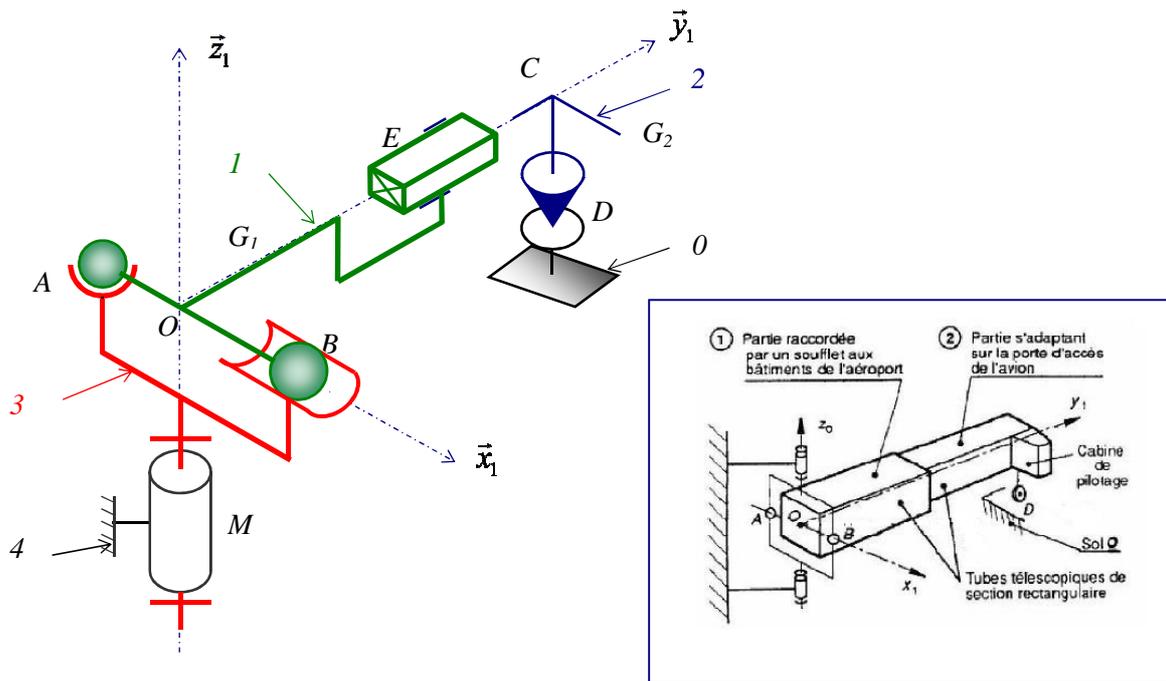


Figure 2: Couloir Téléscopique d'aéroport



Figure 3: Représentation d'une turbine

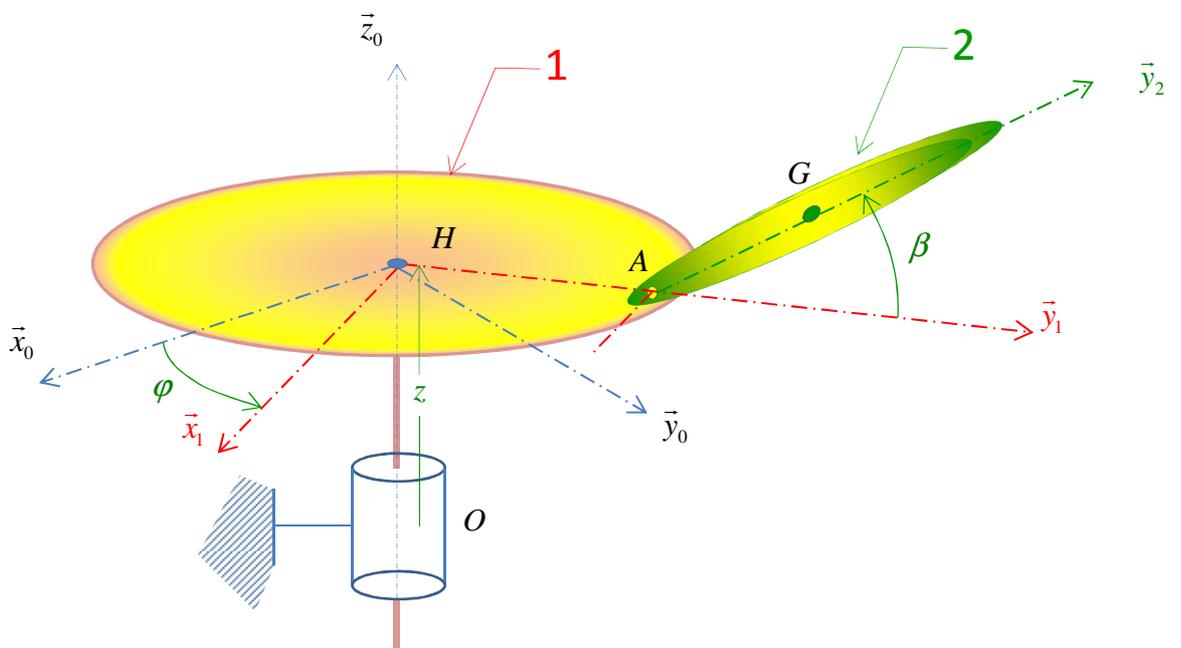


Figure 4: Modélisation de la turbine