

Partiel de Mécanique du Solide 1

Durée 2h30' aucun document autorisé

Janvier 2014

Lors de la correction, une attention particulière sera portée à la critique et aux remarques émises par l'étudiant sur l'homogénéité et la vraisemblance de ses résultats.

A – ETUDE STATIQUE D'UNE FLECHE DE GRUE (8 POINTS)

On souhaite dans cette étude déterminer l'ordre de grandeur des tensions qui existent dans les câbles qui soutiennent la flèche d'une grue et étudier les variations de ces tensions lorsque le chargement se déplace sur chacun des bras 3 et 4 .

La figure 2 modélise le haut de la grue (nommé « flèche ») que nous considérons ici.

On suppose que le mât vertical 2 de la grue est fixe. Le repère $\mathcal{R}_2 = (D, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié au mât (voir figure 2). La flèche horizontale de la grue est composée de 2 parties :

- un bras 3 de masse M , de longueur $DA = 2a$, de centre de gravité G_3 ($DG_3 = a$), en liaison pivot d'axe $(D \vec{y}_2)$ avec le mât 2 et soutenu par un câble C_3 de masse négligeable dont la position est repérée par l'angle α ,
- un bras 4 de masse M , de longueur $AB = 2a$, de centre de gravité G_4 ($AG_4 = a$), en liaison pivot d'axe $(A \vec{y}_2)$ avec le solide 3 et soutenu par un câble C_4 de masse négligeable dont la position est repérée par l'angle β .

La charge soulevée par la grue exerce une force $\vec{F} = -F \vec{z}_2$ au point P de coordonnées $(q, 0, 0)$ dans le repère \mathcal{R}_2 . Selon la valeur de q , cette force s'applique au solide 3 ou au solide 4 (cas de la figure 2). Nous nous limiterons ici à l'étude du cas où la charge est appliquée au solide 4 ($2a \leq q \leq 4a$). Le problème admet le plan $(D \vec{x}_2 \vec{y}_2)$ comme plan de symétrie. Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

NB : On note T_3 la tension dans le câble C_3 , T_4 la tension dans le câble C_4 . On notera de façon usuelle XA_{ij} la composante suivant \vec{x}_i de l'effort de liaison en A du solide i sur le solide j .

A1 – Etude analytique.

1°) Isoler le solide 4 et un morceau du câble C_4 . Faire toutes les hypothèses nécessaires et appliquer le principe de la statique à cet ensemble (torseurs réduits au point A). En déduire la tension dans le câble C_4 et les efforts de liaison de 3 sur 4.

2°) Isoler l'ensemble S formé par le solide 3, le solide 4, un morceau du câble C_3 et un morceau du câble C_4 . Appliquer le principe de la statique à cet ensemble S (on écrira seulement l'équation de moment en D). En déduire la tension dans le câble C_3 .

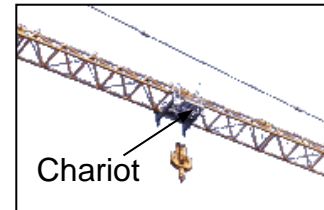
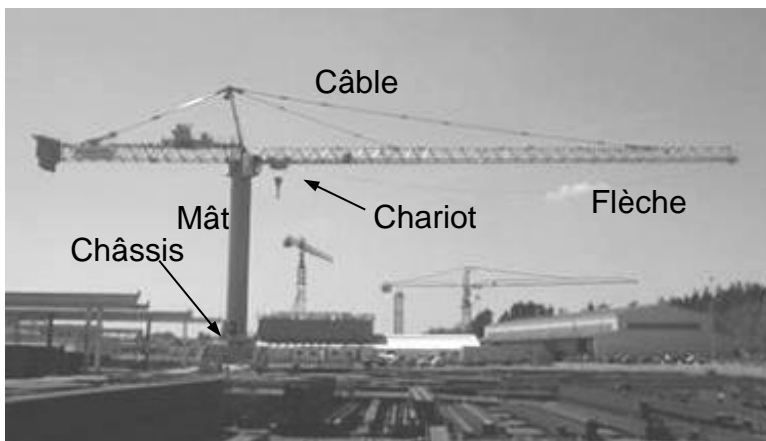
3°) On pose : $M = 500 \text{ Kg}$, $F = 5000 \text{ N}$, $a = 5 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, α tel que $\sin \alpha = 1/3$ et β tel que $\sin \beta = 1/5$. Tracer sur le graphe de la figure 3 l'évolution des tensions T_3 et T_4 quand la charge se déplace de $q = 10 \text{ m}$ à $q = 20 \text{ m}$.

Les courbes d'évolution de T_3 et T_4 quand la charge se déplace de $q = 0 \text{ m}$ à $q = 10 \text{ m}$ peuvent être obtenues par la même approche, elles sont données sur la figure 3. Faire une remarque à propos des variations de T_3 et T_4 lorsque la charge passe du solide 3 au solide 4.

A2 – Etude graphique

4°) On considère toujours que $M = 500 \text{ Kg}$, $F = 5000 \text{ N}$, $a = 5 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ et on se place, de plus, dans le cas où $q = 3a = 15 \text{ m}$ (c'est-à-dire le cas où le point P d'application de la charge est confondu avec G_4). Mettre en évidence les propriétés des torseurs $[3/4]_A$, $[C_4/4]_B$, $[Gravité/4]_{G_4}$ et $[Charge/4]_P$ qui permettent d'envisager une résolution graphique de l'équilibre du solide 4. En utilisant 1 cm pour 4000 N comme échelle des forces, compléter la figure 4 en construisant les forces appliquées au solide 4. En déduire, par mesure directe sur le graphique, l'intensité de T_4 . On pourra vérifier que le résultat ainsi obtenu concorde avec celui obtenu à la question 3°).

Grue complète (marque Potain)



Châssis sur rails

Figure 1

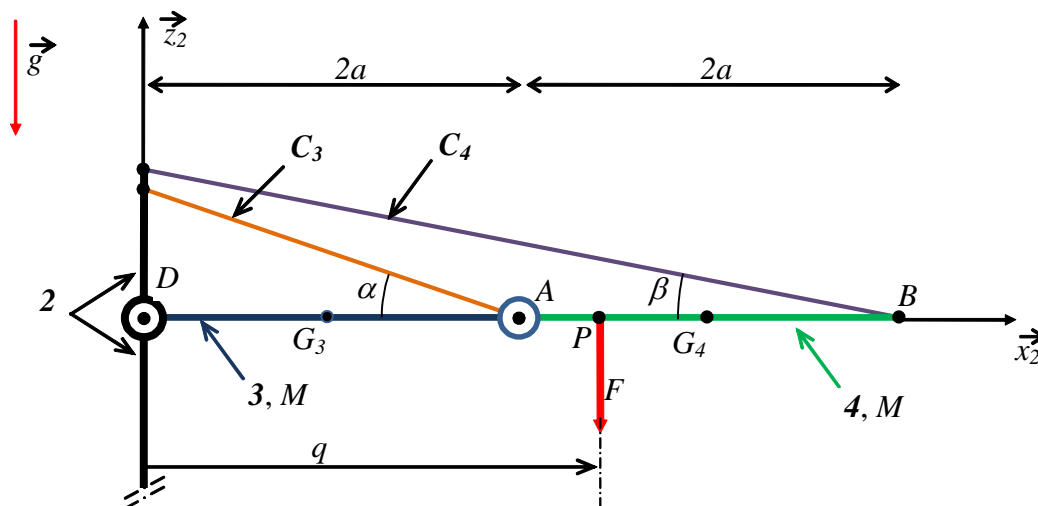


Figure 2

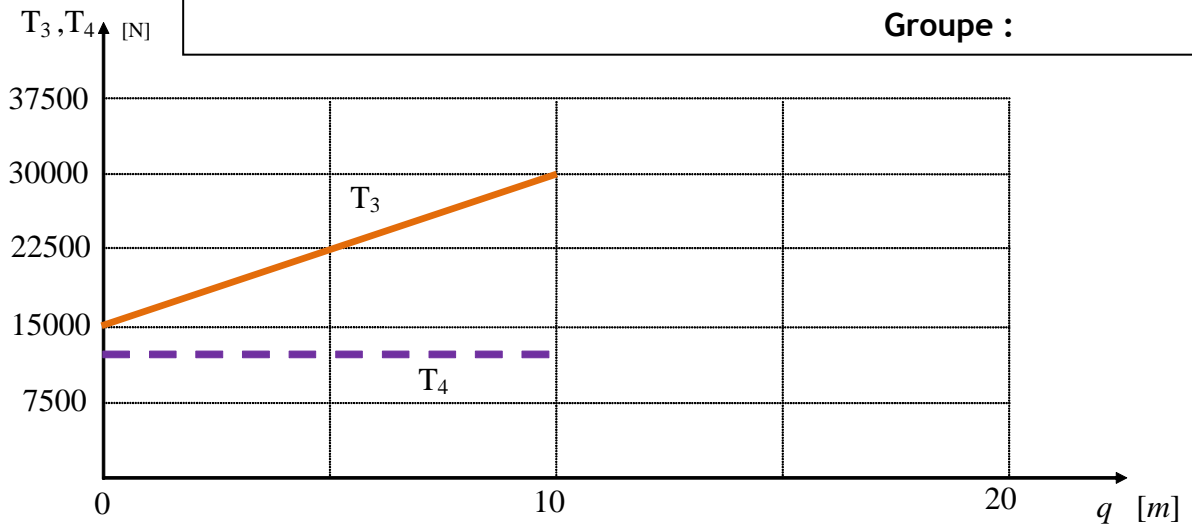


Figure 3

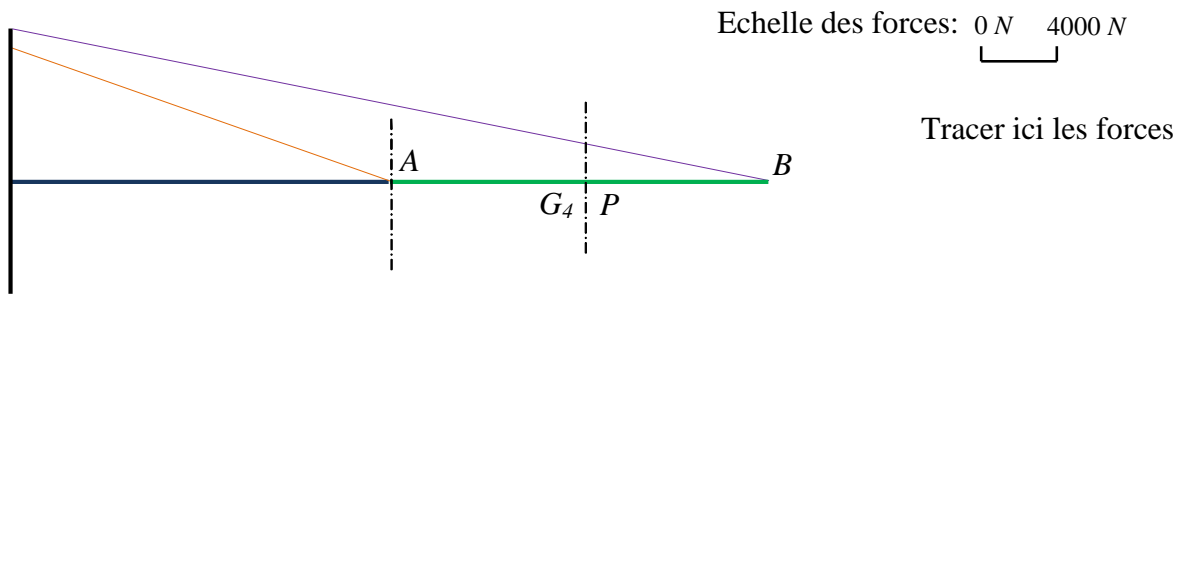


Figure 4