Charge électrique

PRÉREQUIS

- Physique :
- Mathématique :
  - ✓ Savoir dériver les fonctions simples
  - ✓ Savoir intégrer une fonction simple
  - ✓ Bases des intégrales multiples

1 Phénomènes électromagnétiques

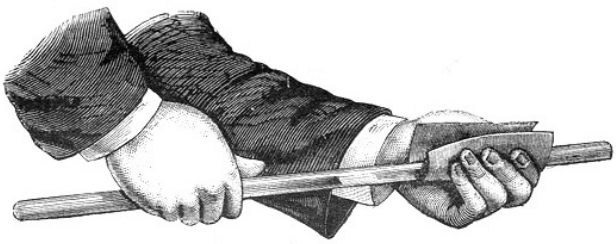
1.1 Lien entre magnétisme et électricité

L'interaction électromagnétique est une des quatre **interactions fondamentales** : ces interactions régissent à elles seules tous les phénomènes physiques de l'univers.
Les trois autres interactions connues sont la **gravitation** (qui se manifeste surtout avec les corps très massifs), l'**interaction forte** (celle qui assure la cohésion des noyaux des atomes) et l'**interaction faible** (qui permet notamment les réactions nucléaires).
Alors qu'**électricité et magnétisme** étaient considérés comme deux phénomènes indépendants, **Maxwell,** grâce aux travaux de ses prédécesseurs, formalise 4 équations ("Équations de Maxwell") qui les unifient.
Sans rentrer dans le détail, on peut s'en rendre compte à travers quelques observations :

- La foudre fait dévier l'aiguille aimantée d'une boussole.
- Un courant qui traverse un fil, fait aussi dévier l'aiguille d'une boussole.
- Une bobine de fil parcourue par un courant se comporte comme un aimant (Électroaimant).

1.2 Électrisation

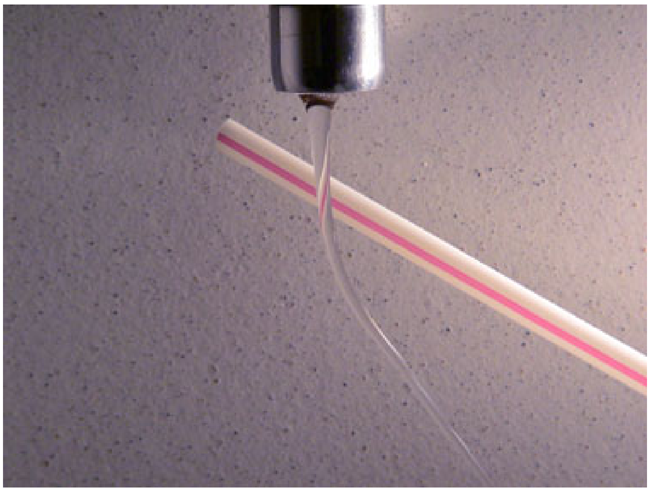
Lorsque l'on frotte un objet isolant (laine, verre, soie, bois, caoutchouc, essayez !), il se met à attirer les corps légers (cheveux). On parle de phénomène d'**électrisation**.



Comment frotter un bâton.

On peut constater différentes règles pour les corps électrisés.

- Deux corps de matériau identique électrisés se repoussent.
- Parfois, si le matériau est différent, deux corps électrisés s'attirent.
- L'électrisation peut être transférée par contact.
- Les corps non électrisé sont attirés par un corps électrisé (phénomène de **polarisation**). C'est ce qui explique la déviation d'un filet d'eau par une paille frottée.



Une paille électrisée dévie un filet d'eau.

Pour interpréter ces observations, on dit que les corps se **chargent** [1], et que les corps chargés exercent des forces les uns sur les autres. On observe aussi qu'il n'existe que deux types de charges.

2 Charge électrique

2.1 Propriétés de la charge électrique

La charge électrique est une grandeur physique dont l'unité est le Coulomb (noté C). Il aurait été très logique de la définir comme une grandeur fondamentale, malheureusement, pour des raisons historique, ce n'est pas le cas (c'est l'ampère, Coulomb par seconde, qui a été choisi à la place).

Propriétés 2.1 — Charges électrique.
La charge électrique possède les propriétés suivantes :

1. Une charge est soit **positive**, soit **négative**.
2. La charge est une propriété **extensive** [a] (si vous ajoutez deux corps chargés identiquement, la charge totale double)
3. **Conservation** de la charge. On ne crée pas de charges, on ne peut pas détruire de charges, on ne fait que les transférer d'un corps à un autre.
4. **Quantification** de la charge : la charge d'un système ne varie que par des multiples entiers d'une **charge élémentaire** :

$$e \stackrel{\text{def}}{=} 1.602177 \times 10^{-19}\ C$$

Tout corps possède une charge Q que l'on peut écrire :

$$Q = k \times e \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Les porteurs fondamentaux les plus connus sont l'électron et le proton :

$$q_{\text{proton}} = +e$$

$$q_{\text{électron}} = -e$$

1. Lors de l'électrisation d'un matériau, seules quelques charges sont arrachées par le frottement. Le déficit/surplus de charge est en réalité très faible, l'immense majorité des électrons contenus dans le corps restent en place, seuls quelques uns sont arrachés - de l'ordre de 1 sur 10^{20}. Toutefois la force électrostatique est tout de même vite mise en évidence, car même une faible différence de charge suffit à provoquer des effets visibles.

5. **Invariance** : la charge ne dépend pas du référentiel galiléen dans laquelle on la mesure.

a. extensif s'oppose à **intensif**. Une propriété intensive ne s'ajoute pas lors de la réunion de deux systèmes. Un exemple simple est la température, deux corps à 20 degrés ne forment pas un corps à 40 degrés.

2.2 Distribution de charges

Un matériau (en particulier s'il est isolant), peut ne pas être **uniformément** chargé.
On va donc définir une grandeur pour décrire le nombre de charges dans une toute petite partie du matériau ("système") : la **densité de charge**.

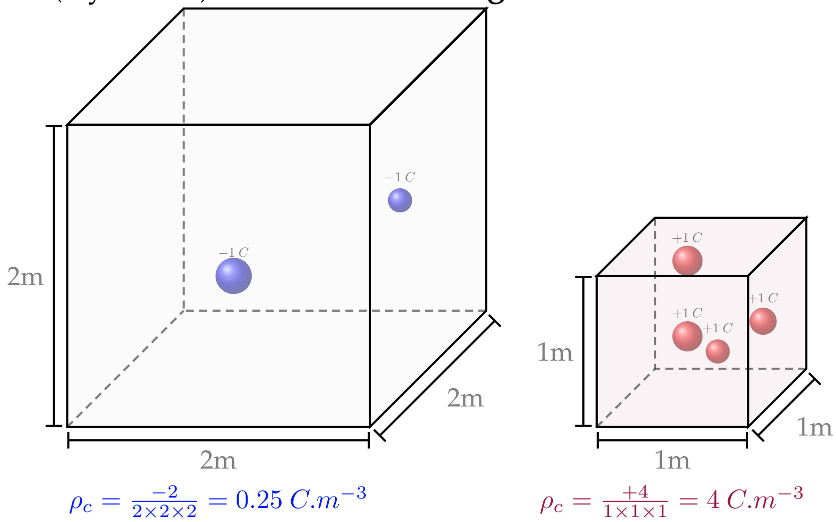


Illustration de la densité de charge. Elle dépend à la fois du volume considéré et du nombre de charge.

Définition 2.1 — Charge volumique.
On considère un très petit volume du système : dV (idéalement, $dV \to 0$), dans ce volume on trouve une petite quantité de charge dQ. On appelle densité volumique de charge la grandeur :

$$\rho_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dQ}{dV}$$

Grandeur exprimée en $C.m^{-3}$ (Coulomb par mètre cube).

Analogie : pensez à un nuage qui serait plus ou moins chargé d'eau. La densité en eau [2] du nuage est une grandeur exprimée en $kg.m^{-3}$ qui varie avec la position et dont la définition en chaque point serait :

$$\rho_{\text{eau}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dQ_{\text{eau}}}{dV}$$

Point important 2.1 — Utilisation de la densité volumique.
Souvent, c'est la densité qui est connue. On détermine la charge simplement en écrivant :

$$dQ = \rho_c \times dV$$

Si on souhaite déterminer la charge totale d'un système, il suffit de faire la somme de toutes

2. Attention : il s'agit ici d'une masse volumique, la *densité* d'un matériau désigne le rapport de la masse volumique du matériau sur la masse volumique de référence ($1000\ kg/m^3$)

les charges qui constitue le système (extensivité).

$$Q_{\text{totale}} = \sum_{\text{système}} dQ$$

Généralement la distribution de charge est continue, on réalise alors une somme continue, aussi appelée "intégrale" :

$$\begin{aligned} Q_{\text{totale}} &= \int_{\mathcal{V}} dQ \\ &= \int_{\mathcal{V}} \rho_c \times dV \\ &= \iiint_{x,\, y \text{ et } z} \rho_c \times (dx \times dy \times dz) \end{aligned}$$

Comme, *a priori*, ρ_c dépend de la position, on ne peut pas le sortir de l'intégrale, et il faut connaitre la dépendance de ρ_c avec la position pour terminer le calcul.

Si les charges sont contraintes sur une surface plutôt que dans un volume, on parle de **densité surfacique** (analogie : densité de gens dans un festival, plus dense près de la scène que plus loin, on parlera de nombre de gens par mètre carré).

Définition 2.2 — Charge surfacique.
On considère une très petite surface du système dS ($dS \to 0$), sur cette surface, on trouve une petite quantité de charge dQ. On appelle densité surfacique de charge la grandeur :

$$\sigma_c \overset{\text{def}}{=} \frac{dQ}{dS}$$

Grandeur exprimée en $C.m^{-2}$ (Coulomb par mètre carré).

Point important 2.2 — Utilisation de la densité surfacique.
Si c'est la densité surfacique qui est connue. On détermine la charge totale du système en écrivant :

$$dQ = \sigma_c \times dS$$

Pour une distribution de charge continue, cela donne :

$$\begin{aligned} Q_{\text{totale}} &= \int_{\mathcal{S}} dQ \\ &= \int_{\mathcal{S}} \sigma \times dS \\ &= \iint_{x \text{ et } y} \sigma \times (dx \times dy) \end{aligned}$$

Si les charges sont contraintes sur une tige ou un élément linéaire, on parle de **densité linéique** (analogie : densité de gens dans un file d'attente, on parlera de gens par mètre).

Définition 2.3 — Charge linéique.
On considère une très petite partie du système dl ($dl \to 0$), sur cette longueur, on trouve

une petite quantité de charge dQ. On appelle densité linéique de charge la grandeur :

$$\lambda_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dQ}{dl}$$

Grandeur exprimée en $C.m^{-1}$ (Coulomb par mètre).

Point important 2.3 — Utilisation de la densité linéique.
Si c'est la densité linéique qui est connue. On détermine la charge totale du système en écrivant :

$$dQ = \lambda \times dl$$

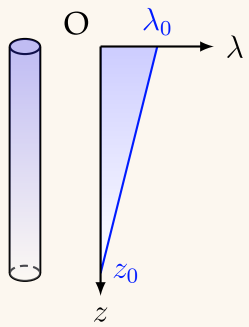
Pour une distribution de charge continue, cela donne :

$$\begin{aligned} Q_{\text{totale}} &= \int_{\mathcal{L}} dQ \\ &= \int_{\mathcal{L}} \lambda \times dl \\ &= \int_{x} \lambda \times dx \end{aligned}$$

Exercice 2.1 — Distribution de charge linéïque.
Lorsque l'on frotte un bâton de longueur $z_0 = 1\ m$, une des extrémités est chargée alors que l'autre non. On imagine que l'on connait la dépendance de la charge linéique avec la position :

$$\lambda(z) = \lambda_0(1 - \frac{z}{z_0})$$

Où $\lambda_0 = 1\ \mu C.m^{-1}$



Déterminer la charge totale du bâton.
Pour déterminer la charge totale du bâton, on part de l'expression de la charge totale en fonction de la densité linéique de charge :

$$\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dQ}{dl}$$

donc

$$
\begin{aligned}
Q_{\text{tot}} &= \int_{\text{bâton}} \lambda dl && \text{or ici : } dl = dz \\
&= \int_0^{z_0} \lambda dz && \text{car, pour couvrir le bâton, } z \text{ varie de } 0 \text{ à } z_0 \\
&= \int_0^{z_0} \lambda_0 (1 - \frac{z}{z_0}) dz && \text{on remplace } \lambda \text{ par son expression} \\
&= \lambda_0 \left[z - \frac{z^2}{2z_0} \right]_0^{z_0} && z - \frac{z^2}{2z_0} \text{ est une primitive de } 1 - \frac{z}{z_0}
\end{aligned}
$$

$$\boxed{Q_{\text{tot}} = \lambda_0 \frac{z_0}{2}}$$

Et l'application numérique donne : $Q_{\text{tot}} = 500\ nC$