Le consommateur – La fonction d'utilité

Microéconomie 1

L'université numérique Economie Gestion

Université de Bordeaux

Faculté Économie, gestion et administration économique et sociale

La notion d’utilité est très importante en microéconomie. On verra que le consommateur est supposé maximiser cette fonction lorsqu’il fait un choix.

Cette manière de représenter les choix est parfois critiquée par elle semble imposer que les individus soient égoïstes. Mais l’utilité n’est *qu’une manière de représenter le classement que l’individu fait entre diverses alternatives*. Ce classement peut très bien refléter, par exemple, le fait qu’une alternative qui bénéficie financièrement à d’autres personnes est préférée à une qui bénéficie financièrement à l’individu lui-même.

Cécile Aubert

La fonction d'utilité

Comment représenter les préférences ?

Par une relation (au sens mathématique). Mais elle n'est pas simple à manier.
On va donc utiliser une autre manière de représenter le classement entre alternatives, la fonction d'utilité.

La fonction d'utilité

Les propriétés de la fonction d'utilité

La fonction d'utilité

Une représentation plus commode

Il est difficile de manipuler les relations d'ordre. Il est beaucoup plus commode d'utiliser des fonctions de nombres. Cela permettra de comparer facilement des nombres entre eux en utilisant les relations ≥ classiques.

Proposition : Si la relation ⪰ est rationnelle (complète et transitive) et continue, alors il existe une **fonction *U(.)* continue** qui représente cette relation.

C'est **un indice**, construit pour représenter un classement parmi des paniers de biens.

La fonction d'utilité

La **fonction *U(x)***, définie sur A, **représente** $\succeq$ si,

pour tout x et *y* dans A,

***x* $\succeq$ *y* équivaut à *U(x)* ≥ *U(y)*.**

Cela veut dire que **le classement** donné par la relation de préférence entre des paniers de biens **est exactement le même** que le classement des valeurs prises par la fonction U sur les vecteurs modélisant ces paniers de bien.

On dit alors que U(.) est **une** *fonction d'utilité représentant la relation de préférence* $\succeq$.

Les propriétés de la fonction d'utilité

Les hypothèses que l'on fait sur la relation $\succeq$ correspondent à des propriétés de U(x) :

– Si $\succeq$ est **monotone**, alors U(.) est **croissante** :

si tous les éléments du vecteur (panier) x' sont *strictement plus grands* que tous ceux de x, alors $U(x') > U(x)$.

– Si $\succeq$ est **strictement convexe**, alors U(.) est **strictement <u>quasi-concave</u>** :

pour tout *x'* et *x''*, $U(\alpha x' + (1 - \alpha) x'') > \min\{U(x'), U(x'')\}$, pour tout multiplicateur α *tel que* $0 < \alpha < 1$.

On supposera par la suite (sauf mention contraire) que la relation de préférence $\succeq$ est

- **rationelle (complète et transitive),**
- **continue,**
- **monotone,**
- **strictement convexe.**

On pourra la représenter par une fonction d'utilité **continue, croissante et strictement quasi-concave.**

Un concept ordinal

La relation de préférence est ordinale (elle donne simplement un classement). C'est donc le cas aussi d'une fonction d'utilité qui la représente :

Propriété : Si *U(x)* est une fonction d'utilité représentant $\succeq$, **toute fonction *f(U(x))***,

où *f* est une fonction (de l'ensemble des réels vers l'ensemble des réels) **strictement croissante**,

est **aussi une fonction d'utilité représentant $\succeq$**.

On dit que la fonction d'utilité U(x) est **ordinale**.

La fonction d’utilité

Question :

Combien existe-t-il donc de fonctions d'utilité pour représenter une relation de préférences, quand il en existe au moins une ?...

[Un micro-quizz… Prenez le temps de réfléchir avant de regarder la solution qui suit.]

La fonction d’utilité

Question : Combien existe-t-il donc de fonctions d'utilité pour représenter une relation de préférences, quand il en existe au moins une ?...

[Vous avez réfléchi ?]

Réponse :

Une **infinité** puisqu'on peut trouver une infinité de transformations croissantes de la première fonction d'utilité qu'on trouve.

Par exemple, si U(.) représente les préférences de l’individu, alors 3 U(.) + 12 marche aussi. Ainsi que bien d'autres transformations.

[Je vous laisse vérifier...]

Transformations ordinales

Ce point est assez important pour être répété : Le terme "utilité" ne renvoie **qu'à un indice permettant le classement, pas à une mesure du bien-être.**

- En multipliant les nombres U(x), pour chacun des paniers de consommation *x*, par ½, par 4, par 50, ou par 1/100, par exemple, on obtient une nouvelle fonction d'utilité, qui représente exactement les mêmes préférences.
- De même en prenant *le carré de U(x)*. Ou toute autre transformation **continue croissante**.

L'utilité est ordinale, pas cardinale, elle sert à classer, pas à mesurer dans l'absolu.

Utilité : un exemple

Panier x	Aliments x_1	Vêtements x_2	Utilité $U(x)$
A	8	3	$8 + 2(3) = 14$
B	6	4	$6 + 2(4) = 14$
C	4	4	$4 + 2(4) = 12$

Ici, $U(x) = x_1 + 2\,x_2$

Le consommateur est indifférent entre A et B et les préfère à C.

Utilité : un autre exemple

Si la nouvelle fonction d'utilité est : $U(x_1,x_2) = x_1.x_2$

Le consommateur est indifférent entre D, E et F.

Panier	Vêtements	Repas	Utilité
D	5	5	5 x 5 = 25
E	10	2,5	10 x 2,5 = 25
F	2,5	10	2,5 x 10 = 25

Les ensembles préférés à un panier

Pour tout plan de consommation *x* dans *X*, on peut redéfinir les ensembles (~), (+) et (-), en utilisant *U(x)* :

(+) = *{x' tel que U(x') ≥ U(x)}* ;

(~) = *{x' tel que U(x') = U(x)}* ;

(-) = *{x' tel que U(x) ≥ U(x')}.*

L'ensemble (~) est une courbe que l'on peut représenter quand il n'existe que 2 biens, appelée ***courbe d'indifférence***.

C'est la courbe qui joint tous les paniers que le consommateur juge comme complètement équivalents du point de vue de son bien-être.