

# Cycle Préparatoire IFCI, INSA de Toulouse

Filière Génie Mécanique

## Devoir de mécanique

### RAINURE (correction)

On considère le dispositif représenté fig. 1. Le volant 1, de centre de gravité  $O$  est en liaison parfaite de paramètre  $\theta$  par rapport au repère  $R_0$ . Une bille 2, modélisée par une masse ponctuelle  $P$ , peut se déplacer sans jeu et sans frottement dans une rainure taillée dans le volant 1 et dirigée suivant l'axe  $Ox_1$ . On pose  $\overline{OP}=r(t)$ . Un ressort 3 de masse négligeable, de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ , installé entre  $O$  et  $P$ , exerce une force de rappel  $F$  sur la bille.

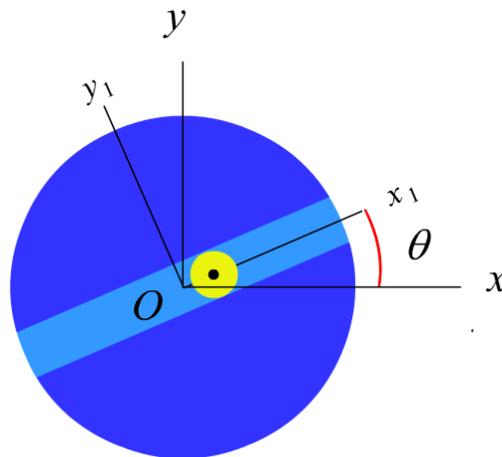


Fig. 1

1°) Calculer  $\vec{V}(P/0)$

Avant toute chose, écrivons le vecteur rotation de la base 1/0 :

Le mouvement de 1/0 est un mouvement de rotation de paramètre  $\theta$  et d'axe  $Oz$ . On a  $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}$

Vecteur position :

$$\vec{OP} = r \vec{x}_1$$

On a :

$$\vec{V}(P/0) = (d/dt \vec{OP})_0$$

C'est un calcul classique effectué pendant le cours. On trouve :

$$\vec{V}(P/0) = \dot{r} \vec{x}_1 + r \dot{\theta} \vec{y}_1$$

2°) Calculer  $\vec{\Gamma}(P/0)$

C'est encore un calcul classique effectué pendant le cours. On trouve :

$$\vec{\Gamma}(P/0) = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{x}_1 + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{y}_1$$

3°) Retrouver l'expression de  $\vec{\Gamma}(P/0)$  par la formule de composition des accélérations.

La formule de composition des accélérations s'écrit :

$$\vec{\Gamma}(P/0) = \vec{\Gamma}(P/1) + \vec{\Gamma}(P, 1/0) + 2\vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{V}(P/1)$$

Pour calculer  $\vec{\Gamma}(P/1)$  il faut calculer  $\vec{V}(P/1)$

$$\vec{V}(P/1) = (d/dt \vec{OP})_1 = (d/dt r \vec{x}_1)_1 = \dot{r} \vec{x}_1$$

et donc :

$$\vec{\Gamma}(P/1) = \ddot{r} \vec{x}_1$$

Pour calculer  $\vec{\Gamma}(P, 1/0)$  (accélération du point P fixe dans 0 à l'instant t), il faut calculer

$$\vec{V}(P, 1/0)$$

$$\vec{V}(P, 1/0) = (d/dt \vec{OP})_0 \text{ avec } r \text{ constant}$$

$$\text{soit donc } \vec{V}(P, 1/0) = r \dot{\theta} \vec{y}_1$$

et donc :

$$\vec{\Gamma}(P, 1/0) = r \ddot{\theta} \vec{y}_1 - r \dot{\theta}^2 \vec{x}_1$$

Enfin

$$2\vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{V}(P/1) = 2\dot{\theta} \vec{z} \wedge \dot{r} \vec{x}_1 = -2r \dot{\theta}^2 \vec{x}_1$$

CQFD