Corrigé Partiel 3IC 2013

Compresseur d'air

Partie I

① **Q1.1** Le villebrequin n'est pas équilibré statiquement car son centre de gravité n'est pas sur l'axe de rotation.
(les valeurs d'excentration sont cependant très faibles) $X_{G_1} = -0{,}66$ mm
$Y_{G_1} = 0{,}02$ mm (1)

(2,5) **Q1.2** * Moment d'inertie $/O_1z_1$: $I_{zz} = 59{,}89$ kg.mm² (0,5)

* Moment d'inertie $/G_1z_1$ $L_{zz} = 59{,}72$ kg.mm²

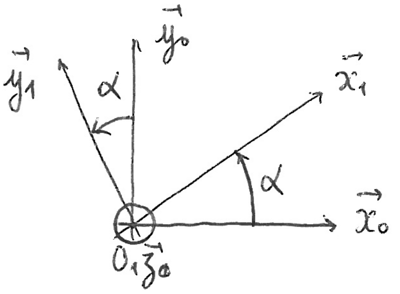
Theoreme d'Huyghens : $I_{zz} = L_{zz} + M_1 . \underbrace{d^2}_{(X_{G_1}^2 + Y_{G_1}^2)}$

$M_1 d^2 = 0{,}41 \times (0{,}436) = 0{,}17$ kg.m² $\Rightarrow$ L'équation est bien verifiée. (1)

. L'axe de rotation O_1z n'est pas principal d'inertie car le produit d'inertie $I_{xz} \neq 0$ (0,5)

* le vilebrequin n'est donc pas equilibré dynamiquement. (0,5)

2 **Q1.3**



$\vec{O_1G_1} = X_{G_1}\,\vec{x_1} + Z_{G_1}\,\vec{z_1}$ $\qquad\qquad$ $\vec{Rd}(1/R_0) = M_1 . \vec{\gamma}_{G_1,1/0}$

$\vec{V}_{G_1,1/0} = X_{G_1} . \dot{\alpha}\,\vec{y_1}$

$\vec{\gamma}_{G_1,1/0} = - X_{G_1} . \dot{\alpha}^2\,\vec{x_1}$ $\quad\Rightarrow\quad$ $\vec{Rd}(1/R_0) = - M_1 X_{G_1} \dot{\alpha}^2\,\vec{x_1}$ (1)

A.N. $N_1 = 3000$ tr/min $\Rightarrow$ $\omega_1 = \dot{\alpha} = 314$ rad/s

$\|\vec{Rd}(1/0)\| = 0{,}41 \times 0{,}66 \times (314)^2\,10^{-3} = 26{,}68$ N (1)

3 **Q1.4** $\qquad$ O_1 est point fixe de 1/0 - La matrice est donnée en G_1

$$\vec{\sigma}_{G_1,1/0} = [I_{G_1,(1)}]\,(\vec{\Omega}_{1/0}) = \begin{pmatrix} -E_1.\dot{\alpha} \\ 0 \\ C_1\dot{\alpha} \end{pmatrix}_{b_1} \quad (0{,}5)$$

$$\vec{\delta}_{G_1,1/0} = \left.\frac{d\,\vec{\sigma}_{G_1,1/0}}{dt}\right|_{/0} = -E_1.\dot{\alpha}^2\,\vec{y_1} \quad (0{,}5)$$

$$\vec{\delta}_{O_1}(1/0) = \vec{\delta}_{G_1}(1/0) + (\vec{O_1G_1} \wedge \vec{Rd}(1/0)).$$

$\vec{\delta}_{O_1}(1/0) = -\underbrace{(E_1 + M_1 x_{G_1} z_{G_1})}_{E_1'}\dot{\alpha}^2\,\vec{y_1}$ (1)

$\|\vec{\delta}_{O_1,1/0}\| = 13{,}7 . (314)^2 . 10^{-6} = 1{,}35$ N.m (1).

1 **Q1.5** $\qquad$ $M_1 g \simeq 4{,}1$ N négligeable / F_c ($< 1\%$)

$\|\vec{Rd}(1/0)\| = 26{,}7$ N faible / F_c ($\simeq 5\%$)

$\|\vec{\delta}_{O_1,1/0}\| = 1{,}35$ N.m du même ordre de grandeur que C_m

L'équilibrage du vilebrequin permettrait de limiter les efforts dans le guidage (efforts dynamiques périodiques) (1)

Partie II

② **Q2.1**

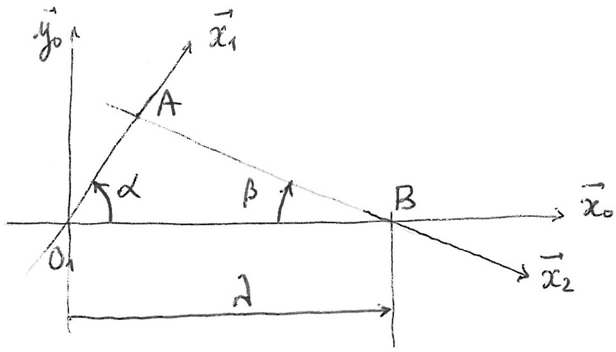
$$\left\{ \mathcal{D}_{3/0} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d}(3/0) \\ \vec{\delta}_B(3/0) \end{array} \right\}_B$$

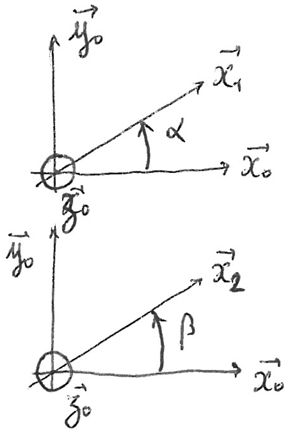
$$\overrightarrow{R_d}(3/0) = M_3 \, \vec{\gamma}_{G_3,3/0} = M_3 \, \ddot{\lambda} \, \vec{x}_0 \qquad (1)$$

$$\vec{\delta}_{G_3}(3/0) = \vec{0} \quad (\text{mouvement de translation})$$

$$\vec{\delta}_B(3/0) = \vec{\delta}_{G_3}(3/0) + \left(\overrightarrow{BG_3} \wedge \overrightarrow{R_d}(3/0)\right) = \vec{0} \qquad (1)$$

② **Q2.2**





$$\overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O_1B} \qquad / \vec{x}_0 \quad \lambda = r\cos\alpha + L\cos\beta$$

$$/ \vec{y}_0 \quad 0 = r\sin\alpha + L\sin\beta$$

$$\Rightarrow \quad \sin\beta = -\frac{r}{L}\sin\alpha \qquad (2)$$

② **Q2.3**

$$\overrightarrow{R_d}(3/0) = M_3 \, \ddot{\lambda} \, \vec{x}_0$$

$$\dot{\lambda} \simeq -r\dot{\alpha}\sin\alpha \qquad \ddot{\lambda} \simeq -r\dot{\alpha}^2\cos\alpha$$

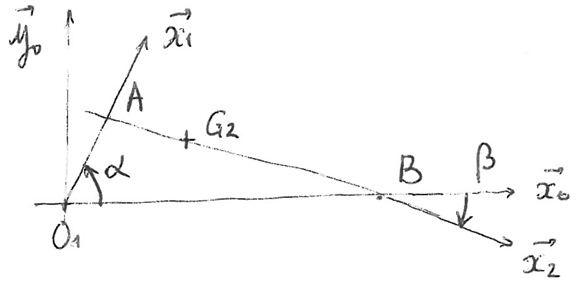
$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_d}(3/0) = -M_3 \, r \, \dot{\alpha}^2 \cos\alpha \, \vec{x}_0 \\ \vec{\delta}_B(3/0) = \vec{0} \end{array} \right. \qquad (1)$$

$$\|\overrightarrow{R_d}(3/0)\|_{maxi} = M_3 \, r \, \dot{\alpha}^2 = 0{,}05 \times 9{,}5 \times (314)^2 \, 10^{-3} = 46{,}8 \text{ N} \qquad (1)$$

les effets dynamiques ne sont pas négligeables.

Partie III

(3,5) Q3_1



$$\overrightarrow{O_1G_2} = r\,\vec{x_1} + c\,\vec{x_2}$$

calcul direct : $\vec{V}_{G_2,2/0} = \left.\dfrac{d\,\overrightarrow{O_1G_2}}{dt}\right|_{/0} = r\dot{\alpha}\,\vec{y_1} + c\dot{\beta}\,\vec{y_2}$ (1)

(voir figures planes Q2.2)

$\dot{\alpha}$ = cste $\quad \vec{\gamma}_{G_2,2/0} = +r\dot{\alpha}\left.\dfrac{d\vec{y_1}}{dt}\right|_{/0} + c\ddot{\beta}\,\vec{y_2} + c\dot{\beta}\left.\dfrac{d\vec{y_2}}{dt}\right|_{/0}$

$$= -r\dot{\alpha}^2\,\vec{x_1} + c\ddot{\beta}\,\vec{y_2} - c\dot{\beta}^2\,\vec{x_2}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{Rd}(2/0) = -M_2 r\dot{\alpha}^2\,\vec{x_1} + M_2 c\ddot{\beta}\,\vec{y_2} - M_2 c\dot{\beta}^2\,\vec{x_2}$ (1)

Moment dynamique en G_2

$\vec{\sigma}_{G_2,2/0} = [I_{G_2,2}]\{\vec{\Omega}_{2/0}\} = C_2\dot{\beta}\,\vec{z_0}$ (0,5)

$\vec{\delta}_{G_2,2/0} = \left.\dfrac{d\,\vec{\sigma}_{G_2,2/0}}{dt}\right|_{/0} = C_2\ddot{\beta}\,\vec{z_0}$ (1)

(1) Q3_2

$\dot{\beta} = -\dfrac{r}{L}\dot{\alpha}\cos\alpha \qquad \dot{\beta}^2 = \left(\dfrac{r}{L}\right)^2\dot{\alpha}^2\cos^2\alpha$

$\ddot{\beta} = +\dfrac{r}{L}\dot{\alpha}^2\sin\alpha$

$\overrightarrow{Rd}(2/0) = -M_2 r\dot{\alpha}^2\,\vec{x_1} + M_2 c\left(\dfrac{r}{L}\right)\dot{\alpha}^2\sin\alpha\,\vec{y_2} - M_2 c\left(\dfrac{r}{L}\right)^2\dot{\alpha}^2\,\vec{x_2}\cos^2\alpha$

$\vec{\delta}_{G_2,2/0} = C_2\left(\dfrac{r}{L}\right)\dot{\alpha}^2\sin\alpha\,\vec{z_0}$ (1)

(+1)

Question bonus

$$\vec{R_d}(2/0) = -M_2 r \dot{\alpha}^2 \left(\cos\alpha - \frac{r}{L}\sin^2\alpha\right)\vec{x_2} - M_2 r \dot{\alpha}^2\left(\sin\alpha + \frac{r}{L}\sin\alpha\cos\alpha\right)\vec{y_2}$$

$$+ M_2 c\left(\frac{r}{L}\right)\dot{\alpha}^2 \sin\alpha\, \vec{y_2} - M_2 c\left(\frac{r}{L}\right)^2 \dot{\alpha}^2\, \vec{x_2}\cdot\cos^2\alpha$$

$$\vec{R_d}(2/0) = M_2.\omega^2 \begin{pmatrix} -r\cos\omega t + \frac{r^2}{L}\sin^2\omega t - c\left(\frac{r}{L}\right)^2\cos^2\omega t \\ -r\sin\omega t - \frac{r^2}{L}\sin\omega t\cos\omega t + c\frac{r}{L}\sin\omega t \end{pmatrix}_{b_2}$$

$$\vec{\delta}_{G_2, 2/0} = C_2\left(\frac{r}{L}\right)\omega^2 \sin\omega t\ \vec{z_0}$$

(1) **Q3.3** Les composantes sur $\vec{x_2}$ et $\vec{y_2}$ de la resultante dynamique ont des valeurs maximales respectivement de 100 N et de 72 N. Elles ne peuvent donc être negligées dans le calcul des efforts aux paliers en A et B. (1)