EPREUVE DE MECANIQUE Module I2ICMT11 (1h15')

Lors de la correction, une attention particulière sera portée à la critique et aux remarques émises par l'étudiant sur l'homogénéité et la vraisemblance de ses résultats. Aucun document personnel autorisé (formulaire fourni en annexe)

Dispositif de récupération de l'énergie de la houle : le SEAREV

Présentation :

Le support d'étude provient d'un projet de récupération de l'énergie de la houle, le SEAREV développé dans le laboratoire de l'école centrale de Nantes. Son principe est d'ancrer un flotteur sur l'eau à l'intérieur duquel est placé un pendule dont le mouvement relatif par rapport au flotteur engendre une énergie récupérée par une génératrice.

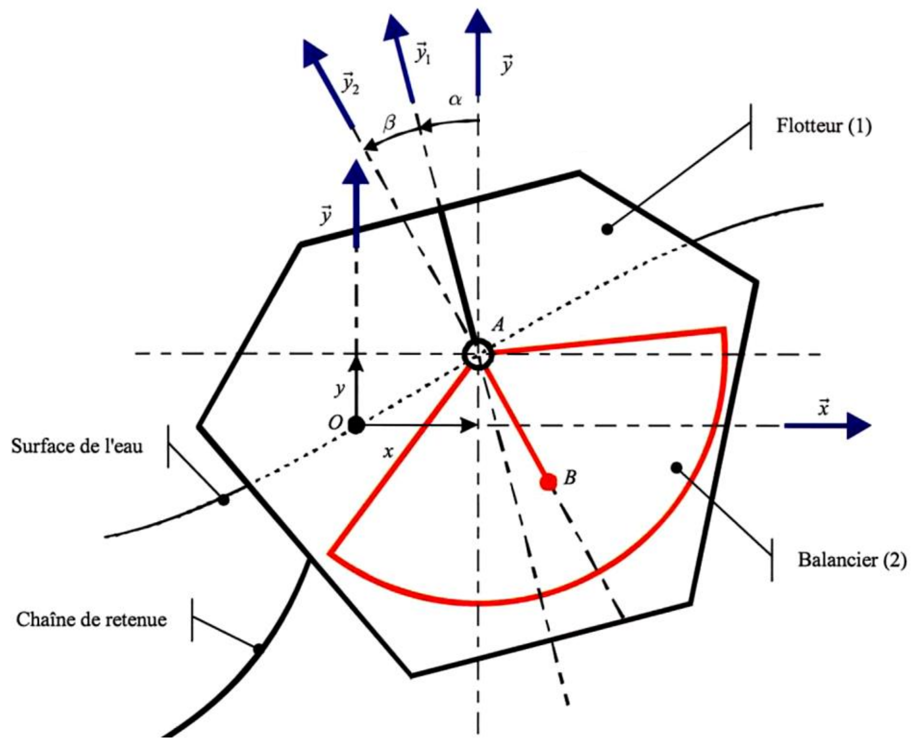


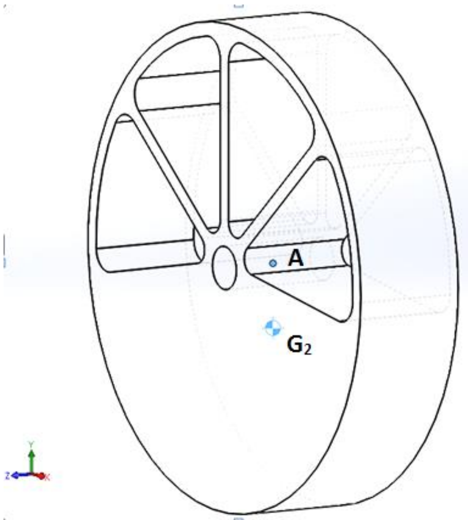
Figure 1 Paramétrage plan du système

Le schéma du modèle est représenté figure1. Les caractéristiques et le paramétrage sont les suivants :

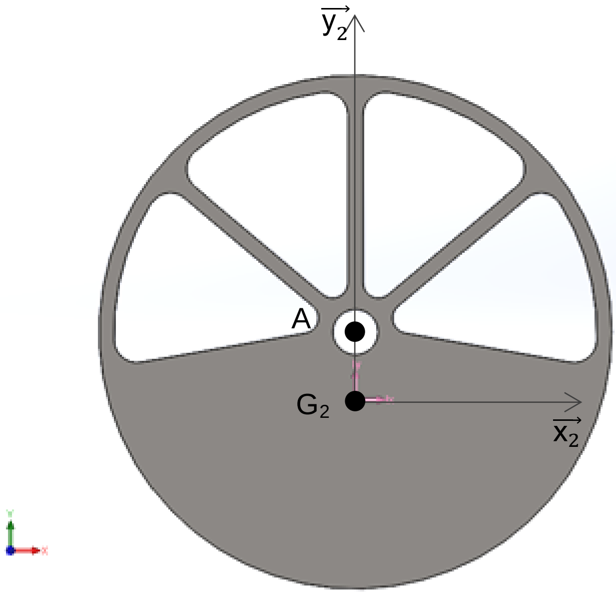
- Le repère $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est considéré comme galiléen. O est un point fixe sur l'eau et $\vec{y}$ est vertical ascendant.
- Le repère $R_1 = (A, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z})$ est lié au flotteur (1) en mouvement par rapport à R. Le point A est le centre d'inertie de (1) tel que $\overrightarrow{OA} = x.\vec{x} + y.\vec{y}$. On note le paramètre de rotation autour de $A\vec{z}$, $\alpha = (\vec{x}, \vec{x_1})$. La masse de (1) est notée M_1 et sa matrice d'inertie prend la forme :

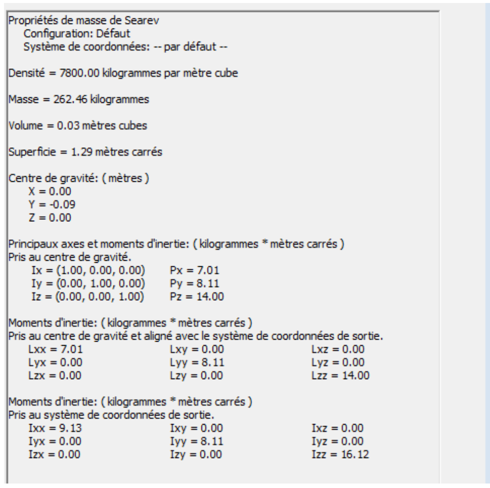
$$[I_{A,(1),b_1}] = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}$$

- Le repère $R_2=(A,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\vec{z})$ est lié au balancier (2) en liaison pivot par rapport à (1) au point A. Le paramètre de rotation est $\beta = (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2})$. Le centre d'inertie de (2) est G_2 ($\overrightarrow{AG_2} = -e.\overrightarrow{y_2}$.) et les caractéristiques du balancier sont données via un logiciel CAO figure2. Sa masse est notée M_2 et on notera ses caractéristiques d'inertie



$$[I_{G2,(2),b_2}] = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}$$





Propriétés de masse de Searev
Configuration: Défaut
Système de coordonnées: -- par défaut --

Densité = 7800.00 kilogrammes par mètre cube

Masse = 262.46 kilogrammes

Volume = 0.03 mètres cubes

Superficie = 1.29 mètres carrés

Centre de gravité: (mètres)
X = 0.00
Y = -0.09
Z = 0.00

Principaux axes et moments d'inertie: (kilogrammes * mètres carrés)
Pris au centre de gravité.

Ix = (1.00, 0.00, 0.00)	Px = 7.01
Iy = (0.00, 1.00, 0.00)	Py = 8.11
Iz = (0.00, 0.00, 1.00)	Pz = 14.00

Moments d'inertie: (kilogrammes * mètres carrés)
Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées de sortie.

Lxx = 7.01	Lxy = 0.00	Lxz = 0.00
Lyx = 0.00	Lyy = 8.11	Lyz = 0.00
Lzx = 0.00	Lzy = 0.00	Lzz = 14.00

Moments d'inertie: (kilogrammes * mètres carrés)
Pris au système de coordonnées de sortie.

Ixx = 9.13	Ixy = 0.00	Ixz = 0.00
Iyx = 0.00	Iyy = 8.11	Iyz = 0.00
Izx = 0.00	Izy = 0.00	Izz = 16.12

Figure 2

<u>Remarque :</u> La génératrice est située sur l'axe $A\vec{z}$ de la liaison entre le flotteur et le balancier et génère un couple récupératif du flotteur sur le balancier.

L'étude pratique des stratégies de commande du générateur est réalisée via une maquette qui reproduit le dispositif étudié. Cette maquette est composée :

- d'un bâti (0) auquel on associe un repère galiléen $R = (O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.
- d'une vis (V) en liaison pivot avec (0) qui entraîne en translation par un système vis-écrou un ensemble (1). (1) de masse m_1 est en mouvement de translation rectiligne suivant l'axe $\vec{x}$ par rapport à (0) de paramètre x. Le centre d'inertie du solide (1) est en A.
- d'un pendule (2) en liaison pivot d'axe $A\vec{z}$, de masse m_2 concentrée en son centre d'inertie G_2. On note $\overrightarrow{AG_2} = -l.\overrightarrow{y_2}$. Le paramètre angulaire est $\theta = (\vec{x},\overrightarrow{x_2}) = (\vec{y},\overrightarrow{y_2})$.

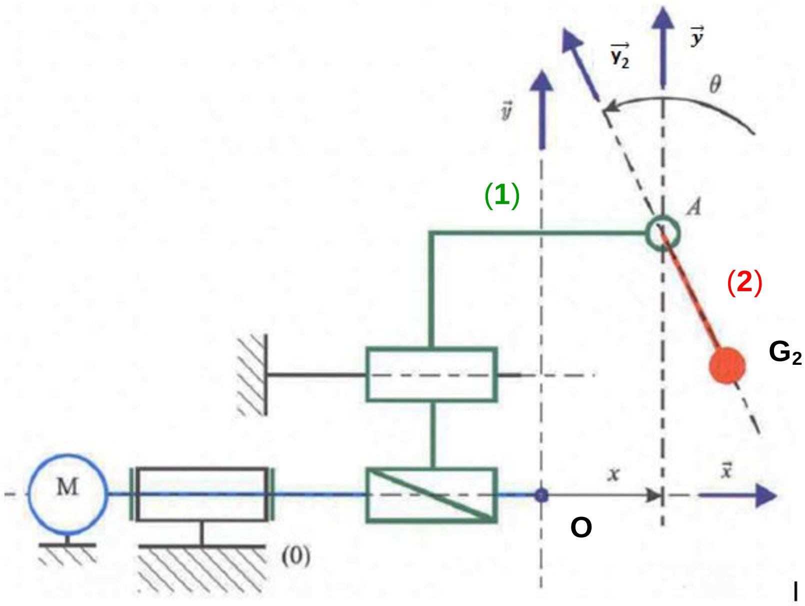


Figure 3 : Schéma cinématique

PARTIE 1 : Etude de la maquette (figure3)

Objectif d'étude : déterminer les grandeurs dynamiques du pendule (2) en vue d'une étude paramétrique du générateur. Il s'agit donc de déterminer les torseurs dynamiques de (1) et (2) au point A.

On rappelle que le pendule (2) est assimilé à une masse ponctuelle concentrée en G_2.

QUESTION 1.1

Pour l'étude de la maquette figure3, déterminer :

- *la résultante dynamique de (1)/(0) en fonction des paramètres de mouvement*
- *la résultante dynamique de (2)/(0) en fonction des paramètres de mouvement*

QUESTION 1.2

Pour l'étude de la maquette figure3, déterminer en fonction des paramètres de mouvement:

- *le moment dynamique en A de (1)/(0)*
- *le moment dynamique en A de (2)/(0)*

PARTIE 2 : Etude du dispositif SEAREV (figure1 et figure2)

Objectif d'étude : déterminer les grandeurs dynamiques de l'ensemble du dispositif afin de déterminer les équations de mouvement (dans une étude plus complète, ces équations permettraient de déterminer l'énergie récupérée) et d'en déduire les caractéristiques de la maquette de simulation étudiée dans la Partie 1. Il s'agit de déterminer d'une part la résultante dynamique de l'ensemble du dispositif et d'autre part le moment dynamique par rapport au point A du flotteur (1) et du balancier (2).

QUESTION 2.1

En s'appuyant sur les caractéristiques données par le logiciel de CAO(figure 2) :

- *justifier les coordonnées dans le repère R_2 du centre d'inertie G_2 du balancier (2). Le balancier est-il équilibré statiquement ? justifier votre réponse.*
- *donner la valeur des composantes A_2, B_2, C_2, D_2, E_2 et F_2 de la matrice d'inertie $[I_{G2,(2),b_2}]$ et justifier sa forme.*
- *Indiquer comment on déduit la matrice $[I_{A,(2),b_2}]$ de la matrice $[I_{G2,(2),b_2}]$. Vérifier par le calcul les valeurs données par le logiciel CAO (figure 2) (On rappelle que le "système de coordonnées de sortie" du logiciel de CAO correspond au repère $R_2=(A,\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z})$)*

Le flotteur possède un plan de symétrie Ax_1y_1 et un plan de symétrie Ay_1z_1. En déduire la forme de sa matrice d'inertie au point A dans la base b_1.

QUESTION 2.2

Calculer la résultante dynamique de l'ensemble des solides (1)+(2) par rapport au repère galiléen R. Est-il possible de retrouver les résultats de la question Q1.1? Si oui en posant quelle(s) condition(s) sur les paramètres?

QUESTION 2.3

Calculer le moment cinétique puis le moment dynamique de (1) par rapport au repère galiléen au point A (on considèrera la matrice $[I_{A,(1),b_1}]$ diagonale).

QUESTION 2.4

Calculer le moment cinétique puis le moment dynamique de (2) par rapport au repère galiléen au point A (on considèrera D_2=E_2=0)

QUESTION 2.5 (BONUS)

Pour le mouvement de (2/0), afin d'assurer une similitude d'étude entre la maquette et le dispositif Searev, comparer les résultats des questions Q1.2 et Q2.4 et en déduire les conditions à respecter sur les paramètres.

Donner les valeurs littérales et numériques de m_2 et de l.

Formulaire Mécanique du Solide

Torseur en un point A :

$$[T]_{A,\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} \vec{R} = \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}_{\mathcal{B}} & \vec{M}_A = \begin{vmatrix} L \\ M \\ N \end{vmatrix}_{\mathcal{B}} \end{bmatrix}_A \qquad \text{avec } \vec{M}_{A[T]} = \vec{M}_{B[T]} + \vec{AB} \wedge \vec{R}_{[T]}$$

Torseur cinématique en un point A du mouvement d'un solide rigide :

$$\left[C_{S/\mathcal{R}}\right] = \left[\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \quad , \quad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})}\right]_A \text{avec} \qquad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} = \vec{V}_{(B \in S/\mathcal{R})} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}$$

Relation de composition des vitesses :

$$\vec{V}(A \in S_2 / S_0) = \vec{V}(A \in S_2 / S_1) + \vec{V}(A \in S_1 / S_0)$$

Relation de dérivation dans une base mobile :

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_1} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_2} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{u}$$

$$\vec{\delta}_{A(S/\mathcal{R})} = \left(\frac{d}{dt}\vec{\sigma}_{A(S/\mathcal{R})}\right)_{\mathcal{R}} + m\vec{V}_{(A/\mathcal{R})} \wedge \vec{V}_{(G \in S/\mathcal{R})}$$

où :

$$\vec{\sigma}_{A(S/\mathcal{R})} = \left[I_{A,\mathcal{B}}(S)\right] \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} + m \; \vec{AG} \wedge \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} \qquad \text{avec } A \in S$$

et

$$\left[I_{A,\mathcal{B}}(S)\right] = \begin{bmatrix} \int_S (y^2+z^2)dm & -\int_S xydm & -\int_S xzdm \\ & \int_S (z^2+x^2)dm & -\int_S yzdm \\ & & \int_S (x^2+y^2)dm \end{bmatrix}$$

Théorème de Huygens

$$\left[I_{A,\mathcal{B}}(S)\right] = \left[I_{G,\mathcal{B}}(S)\right] + \left[I_{A,\mathcal{B}}(G, m(S))\right]$$