MODELISATION

géométrique, des liaisons, du chargement, du comportement

EFFORTS INTERIEURS

→ Zone la plus sollicitée
→ Nature des sollicitations

CONTRAINTES

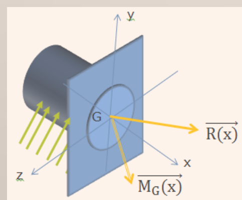
Dans la section la plus sollicitée

DEPLACEMENTS

Formules de Bresse, théorèmes énergétiques, équation de la déformée

CRITERE

de résistance (VON-MISES)
de rigidité



Lois de commportement — *Linéarisation*

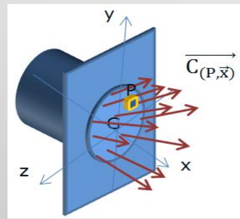
EFFORTS INTERIEURS → *CONTRAINTES* → *DEFORMATIONS* → *DEPLACEMENTS*

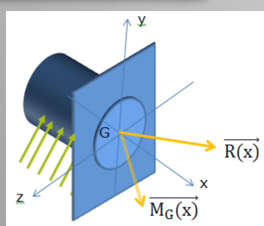
Sollicitations simples ou composées

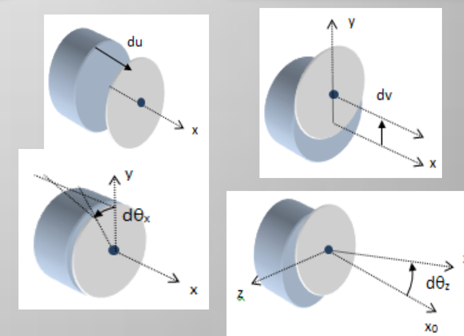
Sollicitations simples - Principe

<u>*Principe d'équivalence*</u> <u>*Lois de comportement*</u> <u>*Linéarisation*</u>

EFFORTS INTERIEURS → *CONTRAINTES* → *DEFORMATIONS* → *DEPLACEMENTS*







Les efforts intérieurs sont déterminés dans la base principale de la section droite

$$\{T_{int}\} = \begin{Bmatrix} N & Mt \\ T_y & Mf_y \\ T_z & Mf_z \end{Bmatrix}_{G,base}$$

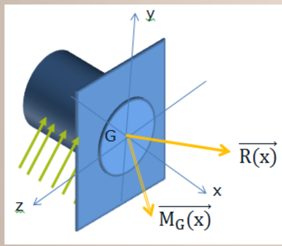
<u>Il s'agit pour chaque composante du torseur des efforts intérieurs, de définir :</u>

- la répartition de contraintes en tout point de la section droite
- le champ de déplacement de chaque section droite

La décomposition permet de mettre en place facilement les relations

Sollicitations simples - Principe

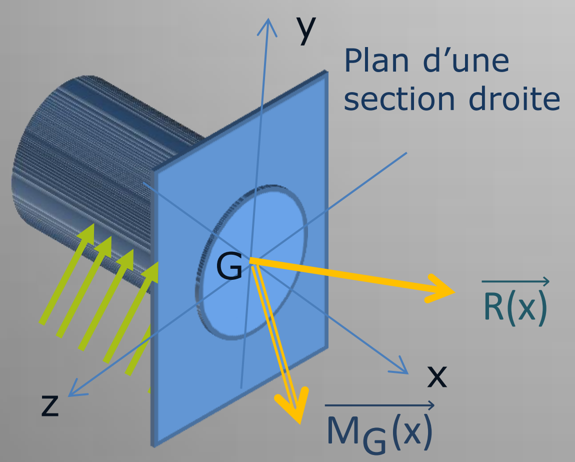
Détermination du champ des contraintes



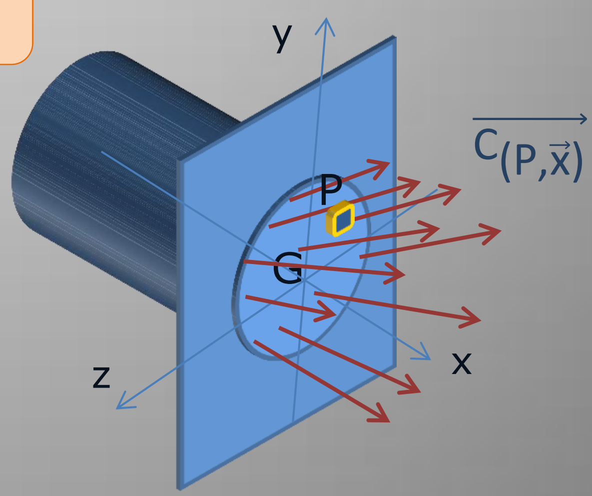
EFFORTS INTERIEURS → CONTRAINTES

Le champ des contraintes s'obtient en traduisant que la somme des efforts élémentaires dans la section droite est égale aux efforts intérieurs

$$\begin{cases} \overrightarrow{R_{(x)}} = \int_{(S)} \overrightarrow{C_{(P,\vec{x})}}.dS \\ \overrightarrow{M_{G(x)}} = \int_{(S)} \overrightarrow{GP} \wedge \overrightarrow{C_{(P,\vec{x})}}.dS \end{cases}$$



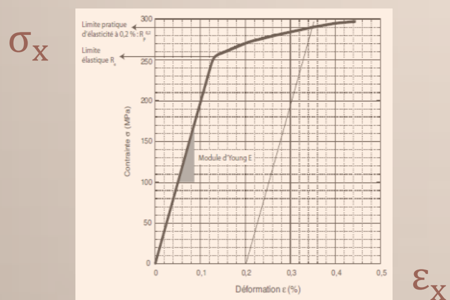
$$\{T_{int}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R(x)} \\ \overrightarrow{M_G(x)} \end{Bmatrix}_G$$



Sollicitations simples - Principe

Lois de comportement

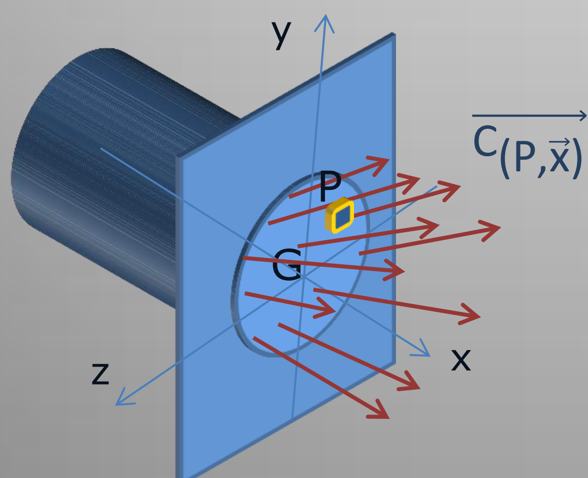
CONTRAINTES → DEFORMATIONS



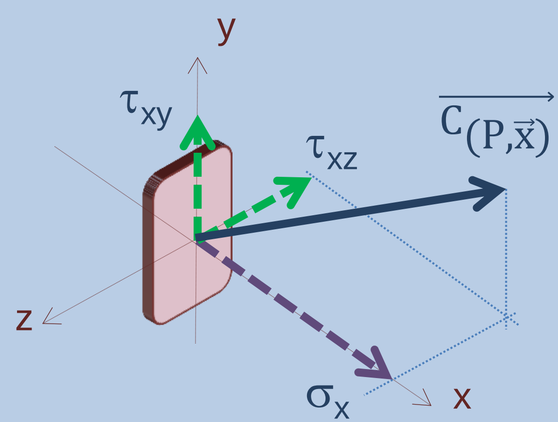
Les lois de comportement (lois de Hooke) permettent de passer des contraintes aux déformations

$$\sigma = E\,.\,\varepsilon$$

$$\tau = G\,.\,\gamma$$



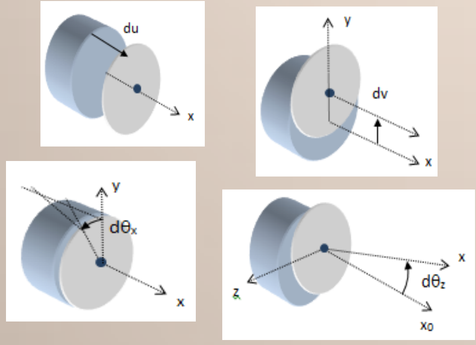
$$\overrightarrow{C_{(P,\vec{x})}} = \sigma_x.\vec{x} + \tau_{xy}.\vec{y} + \tau_{xz}.\vec{z}$$



Sollicitations simples - Principe

Linéarisation du champ de déplacements

DEFORMATIONS → *DEPLACEMENTS*



Les déplacements étant supposés petits, une linéarisation du champ de déplacements permet de relier les déplacements au déformations

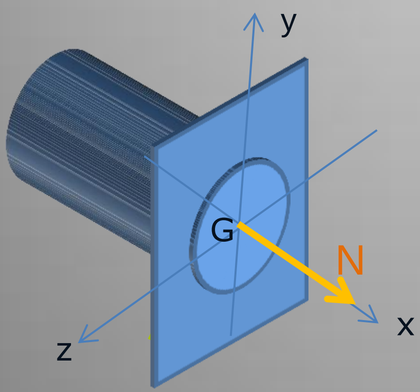
Sollicitations simples – Cas de la traction

Principe d'équivalence — Lois de comportement — Linéarisation

EFFORTS INTERIEURS → CONTRAINTES → DEFORMATIONS → DEPLACEMENTS

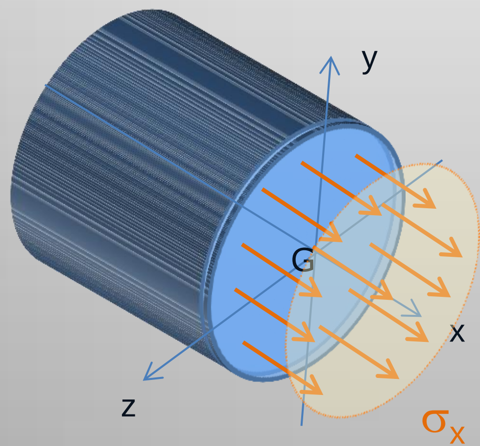
$$\sigma_x = E.\,\varepsilon_x$$

$$\{T_{int}\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$



N > 0 Traction

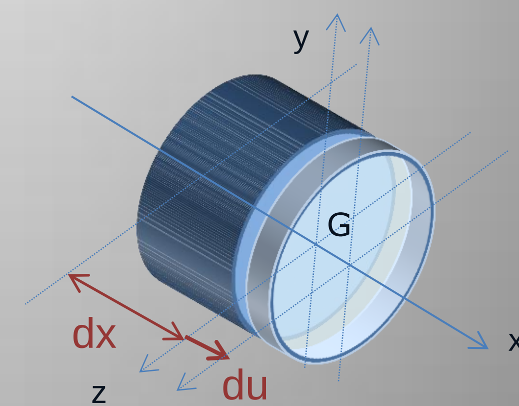
N < 0 Compression



$$\sigma_x = \frac{N}{S}$$

Répartition uniforme des contraintes

$$\varepsilon_x = \frac{N}{E.\,S}$$



$$du = \varepsilon_x.dx = \frac{N}{E.S}.dx$$

Si l'effort normal et la section sont constants sur la longueur L

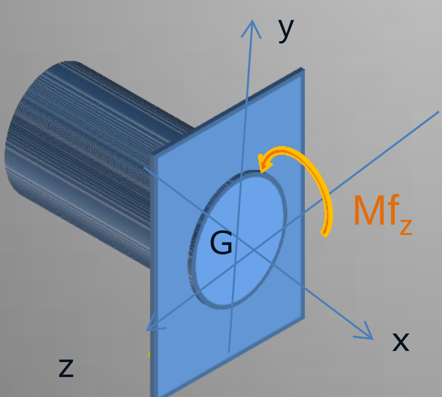
$$\Delta L = \frac{N.L}{E.S}$$

Sollicitations simples – Cas de la flexion pure

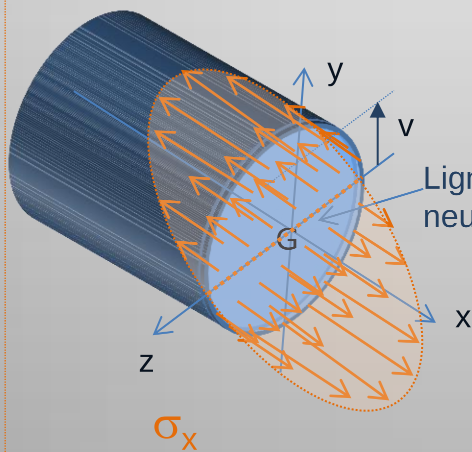
Principe d'équivalence — *Lois de comportement* — *Linéarisation*

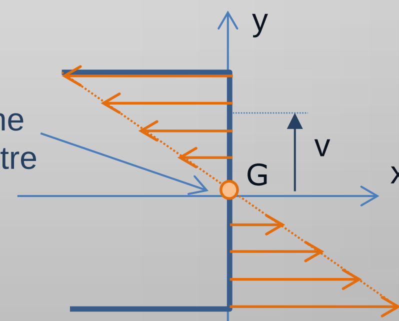
EFFORTS INTERIEURS → CONTRAINTES → DEFORMATIONS → DEPLACEMENTS

$$\{T_{int}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}_G$$



$$\sigma_x = E.\,\varepsilon_x$$

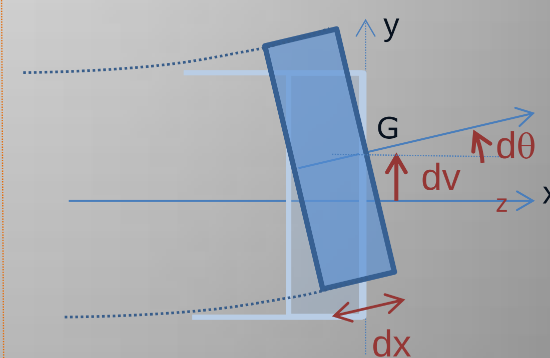




$$\sigma_x = \frac{-Mf_z}{I_{Gz}}.\,y$$

Répartition linéaire des contraintes suivant Gy

(Lieu de contraintes nulles : axe neutre Gz)



$$Mf_z = E.I_{Gz}.\frac{d\theta_z}{dx} = E.I_{Gz}.\frac{d^2v}{dx^2}$$

Pour simplifier, on note : $Mf_z = E.I_{Gz}.v''$

L'équation de la déformée s'obtient en intégrant deux fois l'équation et en traduisant les conditions aux limites

Sollicitations simples – Cas de la torsion

Principe d'équivalence

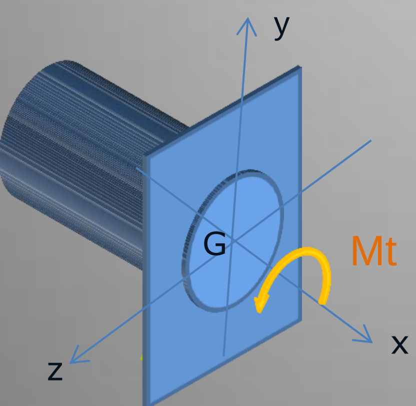
Lois de comportement

Linéarisation

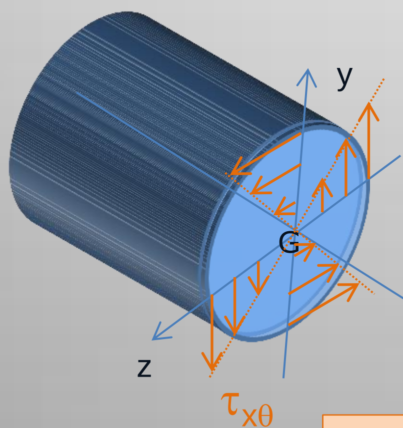
EFFORTS INTERIEURS → CONTRAINTES → DEFORMATIONS → DEPLACEMENTS

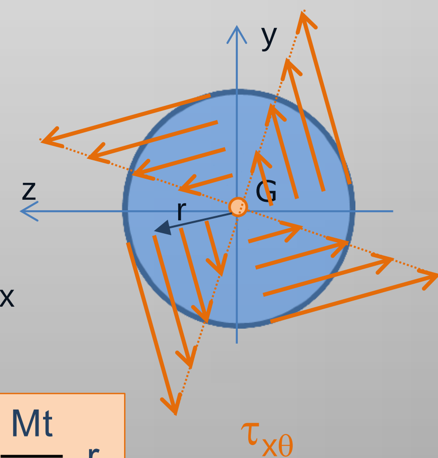
$$\{T_{int}\} = \begin{Bmatrix} 0 & Mt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

$$\tau_{x\theta} = G.\gamma$$



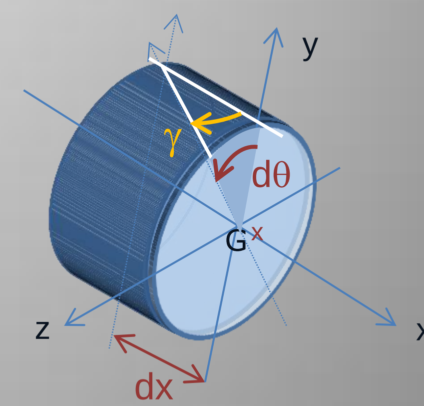
Uniquement pour les sections circulaires





$$\tau_{x\theta} = \frac{Mt}{I_{Gx}}.r$$

Répartition linéaire des contraintes suivant le rayon
(Lieu de contraintes nulles : point G)



$$Mt = G.I_{Gx}.\frac{d\theta_x}{dx}$$

Si le moment de torsion est uniforme sur la longueur de la poutre L

$$Mt = G.I_{Gx}.\frac{\Delta\theta_x}{L}$$